**Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών**

**Τμήμα Μαθηματικών**



**Μάθημα:**

**Η Διδασκαλία μέσω επίλυσης προβλήματος-Μαθηματικοποίηση**

**ΟΜΑΔΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ\_2023\_ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΗΣ ΦΥΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ**

**Παναγιώτα Γιαμά , ΑΜ: 1112202100032**

**Αικατερίνη Φούτσου, ΑΜ: 1112202100186**

**Φιλιώ Παπαδοπούλου, AM: 1112202100141**

**Αθανάσιος Μουντούρας, ΑΜ: 1112202100110**

**Α) Το πρόβλημα**

**Τίτλος :**

**«Σε Έναν Κόσμο Πλαστικής Απειλής:**

**Η Μαθηματική Σύγκρουση για τη Φύση της Λίμνης»**

Σε μια ευρωπαϊκή λίμνη, η οικολογική κατάσταση υφίσταται απειλή λόγω αποθέσεων πλαστικού. Ένα μαθηματικό μοντέλο περιγράφει την αύξηση της ποσότητας των πλαστικών απορριμμάτων με την πάροδο του χρόνου.

Ας θεωρήσουμε ότι η ποσότητα των πλαστικών, P(t), μετριέται σε τόνους και μπορεί να περιγραφεί από το μοντέλο όπου , είναι ο χρόνος σε έτη.

Συναντάμε τα ακόλουθα δεδομένα:

1. Αρχική ποσότητα πλαστικών: P(0) = 10 τόνοι.

2. Μέση αύξηση πλαστικών ανά έτος: P'(t) = 2 τόνοι.

Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα:

1. Ποια είναι η προβλεπόμενη ποσότητα πλαστικών μετά από 5 έτη;
2. Σε πόσα έτη αναμένεται να πενταπλασιαστεί η ποσότητα των πλαστικών στην Λίμνη, βάσει του μαθηματικού μοντέλου;
3. Ποια είναι η μέση αύξηση των πλαστικών στα 4 χρόνια;
4. Σχεδιάστε ένα γράφημα που να απεικονίζει την εξέλιξη της ποσότητας των πλαστικών με την πάροδο του χρόνου, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα μετρήσεων και το μαθηματικό μοντέλο.

**Ενδεικτικές λύσεις :**

1. Προβλεπόμενη Ποσότητα Πλαστικών μετά από 5 Έτη: Χρησιμοποιώντας το μαθηματικό μοντέλο , υπολογίζουμε την ποσότητα των πλαστικών για

Άρα η προβλεπόμενη ποσότητα πλαστικών σε 5 χρόνια είναι 70 τόνοι

1. Για να βρούμε σε πόσα έτη θα πενταπλασιαστεί η ποσότητα των πλαστικών στην λίμνη , χρησιμοποιούμε την αρχική συνθήκη

Άρα βρίσκουμε το t με τον εξής τρόπο:

*Έχουμε μια δευτεροβάθμια εξίσωση οπότε υπολογίζουμε την διακρίνουσα*

Δ=81 και επομένως t=4 χρόνια.

1. Η ζητούμενη μέση αύξηση των πλαστικών στα 4 χρόνια προκύπτει από τον υπολογισμό του ρυθμού μεταβολής της ποσότητας των πλαστικών στα 4 χρόνια.

Δηλαδή υπολογίζοντας το

Έχουμε ότι :  , επομένως:

‘Άρα η μέση αύξηση των πλαστικών είναι 18 τόνοι στα 4 χρόνια.

1. Δημιουργούμε τον παρακάτω πίνακα:

|  |  |
| --- | --- |
| ΕΤΗ(t) | ΤΟΝΟΙ(tn) |
| 0 | 10 |
| 1 | 14 |
| 2 | 22 |
| 3 | 34 |
| 4 | 50 |
| 5 | 70 |
| 6 | 94 |
|  |  |

και έτσι προκύπτει η γραφική παράσταση P(t)-t τα οποία έχουν μονάδα μέτρησης τους τόνους (tn) – έτη αντίστοιχα :

**Β) Περιγραφή του σχεδιασμού του προβλήματος :**

Το πρόβλημα των πλαστικών στις λίμνες αντιπροσωπεύει μια σημαντική περιβαλλοντική πρόσκληση με αρνητικές επιπτώσεις σε οικοσυστήματα και ανθρώπινες κοινότητες, γι΄αυτό λοιπόν επιλέξαμε αυτό το ζήτημα . Επομένως επιλέξαμε να ξεκινήσουμε το πρόβλημα μας από το περιβαλλοντολογικό θέμα καθώς είναι ένα επίκαιρο ζήτημα το οποίο ενημερώνει και ευαισθητοποιεί τους μαθητές . Έπειτα όσον αφορά την οργάνωση του προβλήματος το προσαρμόσαμε στο μαθηματικό πλαίσιο χρησιμοποιώντας μια συνάρτηση και αρχικές συνθήκες ως δεδομένα . Συνεχίσαμε με την επιλογή τεσσάρων ερωτημάτων τα οποία καλύπτουν βασικές μαθηματικές έννοιες ( πχ γραφική παράσταση)

Σε γενικές γραμμές η διαδικασία κύλησε ομαλά. Ωστόσο, μία δυσκολία που αξίζει να αναφερθεί εντοπίζεται στην δημιουργία του δεύτερου ερωτήματος, όπου χρειάστηκε να επιλέξουμε κατά πόσο θα πολλαπλασιαστούν οι τόνοι.

Επειδή θέλαμε το αποτέλεσμα , δηλαδή τα έτη, να είναι ακέραιος αριθμός χρειάστηκαν αρκετές δοκιμές

**Γ) Το περιβαλλοντικής φύσης ζήτημα:**

Το πρόβλημα που αναφέρεται στην αύξηση της ποσότητας των πλαστικών απορριμμάτων σε μια ευρωπαϊκή λίμνη έχει σημαντικές επιπτώσεις στο περιβάλλον και στην οικολογική ισορροπία. Ας αναλύσουμε το ερώτημα που ζητάει την παρουσίαση του ζητήματος:

Το πρόβλημα αυτό αφορά όχι μόνο τους κατοίκους της περιοχής όπου βρίσκεται η λίμνη αλλά και τον ευρύτερο πληθυσμό της περιοχής και, ενδεχομένως, της Ευρώπης. Επηρεάζει τη ζωή των οργανισμών που κατοικούν στη λίμνη, τους υδροβιότοπους, καθώς και την ποιότητα του νερού που χρησιμοποιείται από τους ανθρώπους.

Το πρόβλημα έχει τοπικό χαρακτήρα, αφορώντας μια συγκεκριμένη λίμνη. Ωστόσο, οι επιπτώσεις του πλαστικού ρύπου είναι ένα παγκόσμιο πρόβλημα, καθώς οι οργανικές ουσίες μπορούν να διασχίσουν σύνορα με τα ύδατα.

Είναι ένα αρκετά φλέγον θέμα καθώς η αυξημένη ποσότητα των πλαστικών σε υδάτινα περιβάλλοντα απειλεί έντονα τη βιοποικιλότητα, το οικοσύστημα και την υγεία των ανθρώπων. Παράλληλα, η λίμνη μπορεί να χρησιμοποιείται για ψάρεμα, αθλητισμό, τουρισμό ,άρδευση, ύδρευση και άλλες δραστηριότητες, οπότε η υγεία της λίμνης έχει άμεση επίπτωση στην ποιότητα ζωής των ανθρώπων.

Ενδέχεται να εμφανιστούν διαφορετικές απόψεις σχετικά με το πώς πρέπει να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα. Για παράδειγμα, κάποιοι μπορεί να υποστηρίζουν αυστηρότερους κανονισμούς για τη διαχείριση των πλαστικών απορριμμάτων, ενώ άλλοι μπορεί να θεωρούν πιο σημαντικά άλλα περιβαλλοντικά ζητήματα.

Αυτή η ανάλυση βοηθάει να κατανοήσουμε το πλαίσιο και τη σπουδαιότητα του προβλήματος, καθώς και την ανάγκη για συνεργασία και δράση για τη διατήρηση του περιβάλλοντος.

**Δ) Το πλαίσιο διδασκαλίας:**

Το συγκεκριμένο ζήτημα αφορά μαθητές κάθε ηλικίας στην περιβαλλοντική του έκφραση, καθώς αφορά την ανησυχητική κατάσταση καθώς και την ζωή της χλωρίδας αλλά και της πανίδας μιας ευρωπαϊκής λίμνης και τον άμεσο κίνδυνο που διατρέχουν από την συνεχή αύξηση του πλαστικού στο εσωτερικό της λίμνης.

Ωστόσο από μαθηματικής άποψης αναφέρεται σε μαθητές της Γ’ τάξης του Λυκείου, αφού περιέχονται μαθηματικές έννοιες που ανήκουν στην διδακτέα ύλη της Γ’ τάξης του λυκείου όπως η παραγώγιση συναρτήσεων, συγκεκριμένα στο 3ο ερώτημα ζητείται η μέση αύξηση των πλαστικών σε 4 χρόνια, η οποία και υπολογίζεται παραγωγίζοντας την συνάρτηση P(t) και παίρνοντας την συνάρτηση στην οποία αντικαθιστούμε το t με την τιμή 4, αλλά και η δημιουργία γραφικής παράστασης συνάρτησης γνωρίζοντας τον τύπο της. Ειδικότερα στο 4ο ερώτημα οι μαθητές καλούνται να σχεδιάσουν μια γραφική παράσταση (γράφημα) που να απεικονίζει την εξέλιξη της ποσότητας των πλαστικών με την πάροδο του χρόνου, κάνοντας χρήση παράλληλα των δεδομένων των μετρήσεων και του μαθηματικού μοντέλου.

Με βάση τα παραπάνω το αλγεβρικό πρόβλημα αφορά το μάθημα των μαθηματικών της Γ’ Λυκείου και αποσκοπεί, αρχικά, στην ευαισθητοποίηση των μαθητών σχετικά με την σοβαρότητα της ποσότητας του πλαστικού στην λίμνη, και εν συνεχεία στην εξοικείωση τους με τις συναρτήσεις και έννοιες που τις περικλείουν όπως η τιμή της συνάρτησης P(t) για t=5 που ζητείται στο 1ο ερώτημα, η εύρεση του t για P(t) = 50 που ζητείται στο 2ο αλλά και η παραγώγιση που απαιτείται στο 3ο.

Επιπρόσθετα από το συγκεκριμένο πρόβλημα δύνανται να προκύψουν δύο θέσεις για debate μεταξύ των μαθητών οι οποίες θα αφορούν α) την αμεσότητα των λύσεων που απαιτούνται για την αντιμετώπιση της μεγάλης ποσότητας πλαστικού στην λίμνη και β) την προσεκτική εξέταση των μέτρων που θα ληφθούν για το συγκεκριμένο ζήτημα πριν την εφαρμογή τους και την αποφυγή βιαστικών αποφάσεων. Και οι δύο θέσεις προσφέρουν προοπτικές για την αντιμετώπιση του προβλήματος, η πρώτη επικεντρώνεται στην άμεση δράση και η δεύτερη στην προσεκτική εξέταση καινοτόμων λύσεων και είναι ικανές να ενισχύσουν στους μαθητές το αίσθημα του δημιουργικού διαλόγου, της συνεργασίας και της παράθεσης επιχειρημάτων.

**Ε) ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ:**

* [**https://www.nature.com/articles/d43978-023-00104-w**](https://www.nature.com/articles/d43978-023-00104-w)
* [**https://www.nationalgeographic.com/environment/article/plastic-pollution**](https://www.nationalgeographic.com/environment/article/plastic-pollution)
* [**https://www.nationalgeographic.com/environment/article/freshwater-pollution**](https://www.nationalgeographic.com/environment/article/freshwater-pollution)
* [**https://www.theglobeandmail.com/business/article-plastic-pollution-in-some-lakes-reservoirs-is-more-concentrated-than/**](https://www.theglobeandmail.com/business/article-plastic-pollution-in-some-lakes-reservoirs-is-more-concentrated-than/)
* **https://www.inedivim.gr/images/ng-egkykpolaideia/ng-egkykpolaideia-perivalon-5-ripansi.pdf**